

CRD 研究所ワーキングペーパー

信用リスク計量化に関する業種デフォルト相関の推計

佐藤隆行*

(要旨)

金融機関が内部モデルにより、シミュレーションを用いて VaR を計測する場合、業種等の適切な分類に基づき、そのグループ間の相関関係を加味することが重要である。ところが、デフォルトという事象が、「する」「しない」という、散らばりを持たない2値しか取らない事象であるという理由により、また過去のデフォルトデータの蓄積が乏しいという事情により、Excel などを利用した一般的な計算方法で、デフォルトの相関を算出することは困難である。それに対して、デフォルトの相関を、同時デフォルト率の計算を通じた「間接的」な方法で、合理的に推計する方法とその結果を今回提示する。合わせて、多くのリスク計量化システムで用いられている「重み付けパラメータ」を相関から算出する方法と、その結果についても提示する。これらの方法は、蓄積データ量に制約を抱えた金融機関が相関を算出する際に、実務的に有効な方法の1つになると考える。

*CRD 研究所主任アナリスト

CRD 研究所ワーキングペーパーで示された内容や意見は、CRD 協会および CRD 研究所の公式見解を示すものではありません。転載・複製を行う場合には、予めご相談下さい。

1. はじめに

金融機関における信用リスク管理の高度化が進む中で、モンテカルロ・シミュレーションを利用した、内部モデルによる信用 VaR の計測が浸透してきている。同時に、この信用 VaR の計測には、企業同士のデフォルトに関する適切な相関を考慮することが重要である、という認識が最近では一般化してきた。

本稿では、有限責任中間法人 CRD 協会(以下、CRD)のデータを利用して推計した業種相関の計算方法、ならびにその算出結果を説明する。その際に、一般的な相関の計算方法が持つ課題を論じることで、今回の推計方法が持つ特徴を明らかにする。また、推計された業種相関を、リスク計量化システムの中でどのように利用するのか、すなわち 1 ファクターマートンモデルの中でどのように利用するのか、という点についても簡単にその方法と計算結果を説明する。

2. 一般的な相関の計算方法が持つ問題点

まず始めに、一般的な計算方法でデフォルトの相関を計算困難することがなぜ困難であるのかについて簡単に述べておく。ここで言う一般的な計算方法とは、Excel 等の表計算ソフトで計算される方法のことである¹。その場合、2つの異なるグループであるXとYの相関関係を推定するには、両者を一対とするデータが数多く存在することが必要となる(例えば、「GDP」と「平均株価指数」、または「身長」と「体重」といった一対のデータが、Excelのような表計算ソフト上で、横2列に並び、かつ下に向かって長く入力された状態を思い浮かべると分かりやすい)。こうしたデータが入手できるならば、表計算ソフトに用意されたコマンドにより簡単に計算が可能である。これは、一対となったデータを、2次元平面のしかるべき位置に全てプロットし、そこに最もフィットした直線を引く作業と同じである。

ところが、デフォルト相関を計算する場合には、このような方法による算出は困難となる。第1の理由は、デフォルトという事象自体が、「GDP」や「身長」のような、散らばりのあるデータではないからである。このため、「株価」や「評点」、または「平均デフォルト率」など、デフォルト事象の“代理変数”を利用することで、上記の一般的な計算方法を適用することが広く行われてきたように思われる。

しかし、「株価」を利用した相関は、未上場の中小企業を主な与信先としたポートフォリオの相関として利用する場合には適切性の点で疑問が残る。また、業種別での「平均デフォルト率」データによる相関にしても、これは「平均デフォルト率の相関」なのであって、デフォルト事象それ自体の相関とは異なるものであると言わざるを得ない。

一般的な相関の算出方法を適用することが困難な第2の理由は、長期の時系列データが入手困難なことである。これは金融機関において、最も大きな実務上の課題で

¹ 統計学的には、二変量の共分散と分散の比によって計算される方法のことを意味する。

ある。一般的な計算方法では、時系列でのデータ数が僅少であることは、正確な数値の計算に対する重大な障害になると考えられる(僅か5個や10個の点をプロットした図に、フィットした直線を当てはめる作業を想像してみると良い)。したがって、蓄積データが少ないという現実的な課題を、(完全ではなくとも)ある程度は克服できる相関の推計方法が必要とされているのである。

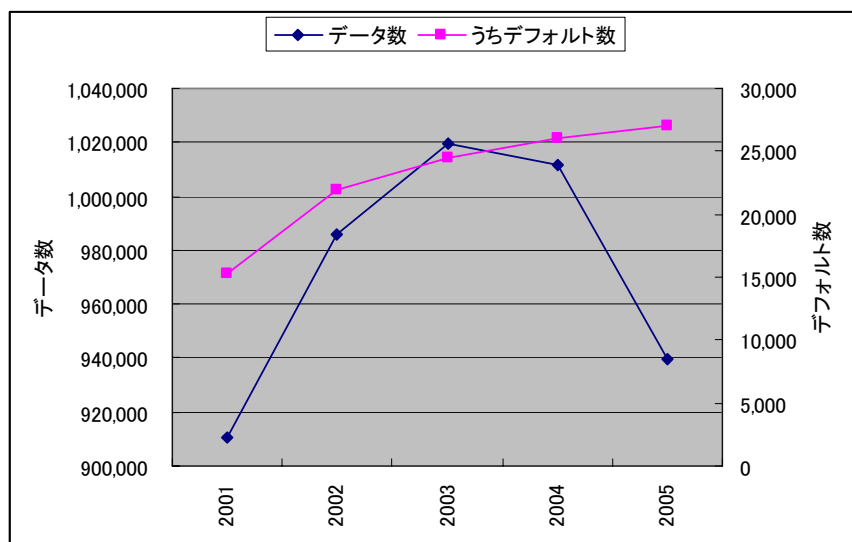
3. CRD で推定した業種相関

(1) 推計方法

今回利用したのは、CRD に蓄積された2001年から2005年までの決算書データであり、総件数で約500万件である(表1参照)。ここでは、決算年月より1年以内に要管理先以下に分類された債務者をデフォルト先、それ以外を正常先と定義している。

相関を推計する分類軸としては業種を選択し、これを CRD モデルで利用されている7業種区分に従ってグループ化した(表2参照)。相関を考慮する分類軸として、「規模」や「地域」など別の切り口や、またこれを「業種」と組合わせて細分化することも考えられるが、「業種」が最も一般的であること、そして、細分化した場合に各グループに確保されるサンプル数の問題や、細分化しすぎた場合に相関がほとんどゼロになってしまう等の問題を考慮した上で、最終的に業種を基にした7区分とした。

(表 1) 利用した決算書数(全国)



(表2) 業種区分

集約後の大業種区分	
1	製造業
2	建設業
3	不動産業
4	卸売業
5	小売業
6	サービス業
7	その他業種

今回提示する方法(以下、CRD方式)の特徴は、相関を直接的にはなく、間接的に推計していることである。先述のように、デフォルトという事象は「する」か「しない」かのどちらかとなる、散らばりを持たないデータであるため、通常の算出方法には適していない。そこで、相関を直接に推計しようとするのではなく、「同時デフォルト率」なる概念をまず計算し、「同時デフォルト率に関する諸条件がこのように与えられるならば、背後に存在する相関の強さはこの水準となる」という関係性を誘導するのである。これが相関を「間接的」に推計する、という言葉の意味である。

具体的には、まず2種類の異なるアプローチにより、業種間および業種内の同時デフォルト確率を計算する。第1の方法は、「組み合わせの数に基づく確率」の考え方²に基づいている。これは、業種X、業種Yの全企業から、それぞれ1社ずつを取り出す組み合わせの数を分母とし、「業種X、業種Yのデフォルト先から、それぞれ1社ずつを取り出す組み合わせの数」を分子とした数値として計算される。直感的な解釈としては、「X、Yの両業種から任意の2社を選択したところ、両方ともデフォルト先である場合の確率(すなわち2社が同時にデフォルトする確率)」を計算している、ということである。これを年次のデータで計算した後、5年間の単純平均を採用する。

次に、同時デフォルト確率を計算する第2の方法について説明する。こちらは、業種Xと業種Yにおけるデフォルトの同時生起確率を、一定の関数式によって計算するものである。ここで「一定の関数式」とは、2変量正規分布の密度関数を意味しており、ちょうどX-Y平面の上に山が乗っている3次元の画像をイメージすると分かりやすい。直感的な説明としては、(x,y)座標の任意の点に対応した山の高さが、両者の同時デフォルト確率に対応している。

ここで重要なのは、後者の方法は前者の方法と異なり、同時デフォルト確率を具体的な値として最後まで計算することが出来ないということである。というのは、後者の方法では、同時デフォルト確率を計算する関数式に3つの要素が必要となり、このうち「業種Xデフォルト率」と「業種Yデフォルト率」の2要素はデータから計算可能³であるのに対し、第3の要素である「相関」の値は未知だからである(図1)。

(図1)同時デフォルト確率の算出方法(第2の方法)

$$\text{同時デフォルト確率(第2の方法)} = f(\text{業種Xデフォルト率, 業種Yデフォルト率, 相関})$$

以上の準備の上で、相関の値を具体的に計算するステップを説明する。2つの方法

² 高校数学における「白玉と赤玉の入った袋の中から無作為に玉を取り出した際の確率」と基本的に同じ考え方である。

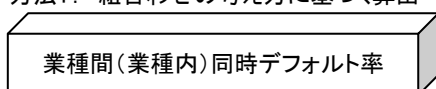
³ 各年の業種別実績デフォルト率を計算し、5年間の単純平均をとっている。

で計算された同時デフォルト確率は、厳密な定義の差異こそあれ、同じ内容について計算されているので、等号で結んだ方程式を形作ることができる(図2)。

(図2) 同時デフォルト率に関する方程式

方法1: 組合わせの考え方に基づく算出

方法2: 2変量正規分布の密度関数



$$=f(\text{業種Xデフォルト率, 業種Yデフォルト率, 相関})$$

繰り返しになるが、方程式の左辺(=方法1)の値は具体的に計算済みである。一方、右辺(=方法2)の値は、相関を除いた2つの要素が具体的な値として計算済みである。したがって、方程式の中で、未定数であるのは相関のみであることから、これを逆算によって求めることが可能となる。関心の対象である相関を直接に計算せず、同時デフォルト確率の計算を経由して、「そこに含まれる各要素の値が諸条件として与えられたならば、合理的な相関の値はこの水準になる」という手順により逆算するのである。これが冒頭に述べた、「相関を間接的に推計する」という言葉のエッセンスに他ならない。

(2) 推計結果

以上で説明した方法に基づき、実際に業種相関の値を計算した結果(全国)を表3に掲載する。

(表3) 業種相関(全国)

	製造業	建設業	不動産業	卸売業	小売業	サービス業	その他
製造業	0.0158	0.0042	0.005	0.0046	0.0067	0.0059	0.0058
建設業	.	0.0134	0.0043	0.0036	0.0056	0.0046	0.0046
不動産業	.	.	0.0158	0.0038	0.0062	0.0053	0.0054
卸売業	.	.	.	0.0129	0.0057	0.0048	0.0047
小売業	0.0175	0.0072	0.0071
サービス業	0.0139	0.0061
その他	0.0151

値や水準間の関係に対して、直感的な解釈や理由付けを与えることは難しい。例えば、「不動産-サービスの相関よりも建設-小売の相関が低い理由は何故なのか」といった疑問に対して、実務的な感覚に合致する明快な回答は難しい。業種相関の水準に関する共通認識も確立しておらず、ベンチマークが存在しないのも1つの理由である。この点については、今後の研究成果や金融機関からのフィードバックを待つ必要がある。また、業種間での比較や解釈については、相関そのものに対してよりも、

本稿で後述するデフォルト相関を反映した「重み付けパラメータ」の水準を対象に議論の方が容易であるかもしれない。

また、今回の結果から明らかになった事実の1つは、全国と地域ブロック、あるいは各地域ブロックの間で、推計された値に大きな差異が見られるということである。そこから示唆されるのは、異なる相関の値を利用すれば計測した信用リスク量もまた異なってくるということである。したがって、金融機関は適切な手法で、かつ適切なデータに基づいて相関を計算し、これを信用リスク計量化に考慮することが重要だということであろう。

3. 信用リスク計量化システム内での利用方法について

(1) 重み付けパラメータの計算方法

次に、このようにして得られた業種相関を、重み付けパラメータ(または業種感応度とも呼ばれる)に変換する方法について、簡単に説明を行う。このような変換がなぜ必要になるのかというと、多くの信用リスク計量化システムでは、相関の値そのものではなく、それを何らかの形で加工した値を各与信先のデフォルト・非デフォルト判定に利用することが多いからである。市場で見られる多くのシステム、及び、CRD が提供する信用リスク計量化システム(以下、CRISP)を含め、その内部では、1 ファクター型マートンモデルという仕組みが多く採用されている。このモデルでは、各企業について「企業価値」なる値が、式1 に表される構造により計算される。この式の右辺は、企業価値が「マクロ要因」と「固有要因」という2つの乱数の値による影響を受けることを意味している。

(式1) 企業価値式

$$A = bF + \sqrt{1 - b^2} \varepsilon$$

The diagram shows the equation $A = bF + \sqrt{1 - b^2} \varepsilon$. Three callout boxes with arrows point to specific parts of the equation: '重み付けパラメータ' (weighting parameter) points to the coefficient 'b', 'マクロ要因' (macro factor) points to the variable 'F', and '固有要因' (idiosyncratic factor) points to the error term 'epsilon'.

「企業価値」とは、翌期にかけての経営状態の変化を、1 つの仮想的な数値として示したものである。信用リスク計量化システムの内部では、この計算された企業価値の値を、各企業の PD に対応した一定の「閾値」と比較し、もし企業価値の値がこの「閾値」を下回った場合には、この企業をデフォルトと認定し、損失額が発生すると見なす、というものである。

この企業価値式の中で、「マクロ要因」「固有要因」の両者から受ける影響の度合いをウェイト付けする役割を果たしているのが、式中の b の値、すなわち業種相関を反

映した「重み付けパラメータ」である。CRISP では、「重み付けパラメータ」の値は7種類、すなわち業種を単位として提供されているため、表3の通り、28個からなる相関の値を、各業種に対応した7種類の値へと、合理的な根拠に基づき変換することになる。

この「重み付けパラメータ」の具体的な算出方法は、やや技術的な内容になるため、本稿では割愛する。その方法を簡単に解説すると、次の3ステップから成り立っている。

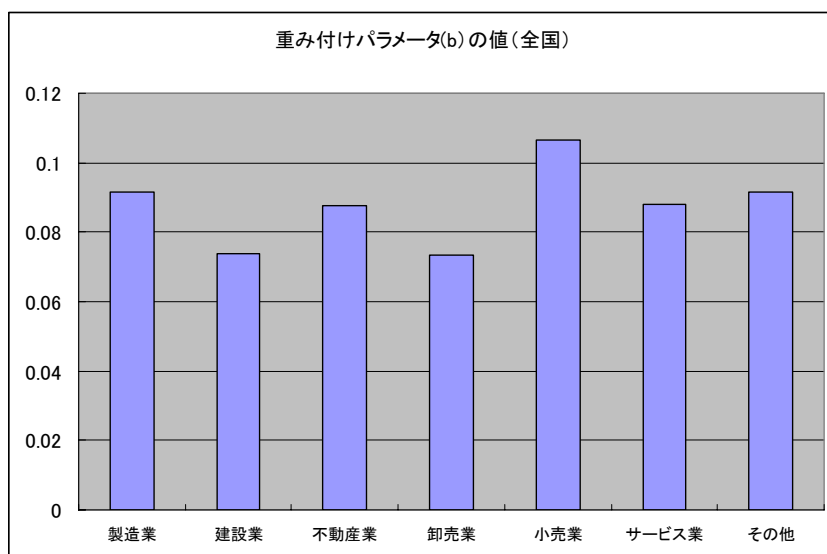
- ① 上記の企業価値式を所与として、任意の 2 つの企業同士の相関を計算する。すると、この任意の「企業」同士の相関は、これらの企業が所属している「業種」同士の相関、すなわち業種相関と読み替えることが出来る。
- ② 次に、このようにして得られた業種相関を、先に同時デフォルト確率の方程式から逆算して求めた具体的な業種相関の値と、イコールで結び、新たな方程式を作成する。
- ③ 最後に、全ての業種の組み合わせに対して同様に得られる新たな方程式の体系から、最も適切な $\{b_1, b_2, \dots, b_7\}$ の重み付けパラメータ値を統計学的手法によって推計する。

(2) 計算結果

具体的に業種相関を反映した「重み付けパラメータ」の値を全国データに基づき計算したのが、図3である。同パラメータは、各業種が景気などのマクロ要因に対して、どれだけ影響を受けやすいか、または受けにくいのか、という感応度を示したものであると解釈できる。今回、全国データから計算した値は、最小値の 0.073(卸売業)から最大値の 0.106(小売業)の範囲の水準となった。したがって、今回の計算結果は、「各業種ともマクロ要因からの影響度合いは概ね10%弱であり、固有要因からの影響が残りの9割強である」ことを示している⁴。

⁴ ただし、企業価値式の構造からも容易に分かるように、マクロ要因と固有要因への配分は合わせて 100%となるようには作られていないことに注意を要する。

(図3) 重み付けパラメータの計算結果(全国)



上記の結果が、「業種相関の持つインパクトが意外に小さいものであり、したがって精緻な業種相関を算出する重要性はそれほど大きくない」という印象を持たせたとすれば、それは間違いである。筆者は、現実の金融機関に近似した仮想ポートフォリオに対して、重み付けパラメータを最初に業種一律で 0.10 に設定し、その後、0.11 に増加させて、両者のリスク計測結果を比較した。その結果、僅か 0.01 ポイントの変化により、後者では前者と比較して、99%の VaR 値で、2.1%の増加を示した。こうした試算結果を見る限り、データや計算に基づかずに、パラメータとして適当な“置き値”を利用することが信用リスク管理上で、いかに危険であることを示しているものと思われる。

4. CRD 方式による業種相関の課題

以上、CRD 方式による業種相関の算出方法とその結果について論じてきた。しかし、この方式は未だ解決すべき課題をいくつか抱えており、その意味で決して完全ではない。第1の課題は、同時デフォルト確率方程式の右辺における、業種別デフォルト率の設定方法についてである。この方程式の右辺では、相関が独立した3つ目の要素となっているため、本来ならば、2つの業種別デフォルト率については、相関の影響から完全に独立したデフォルト率を代入すべきである。

しかし、「仮に相関がゼロだった場合」の業種別デフォルト率というデータは、現実社会では入手不可能である。このため、現実の経済社会で相関が反映されてしまった後の業種別デフォルト率を計算上は代入せざるを得ない。「相関がゼロだった場合」の業種別デフォルト率というデータが仮に存在すれば、そうでない場合の、通常の業種別デフォルト率よりも若干は低水準であると予想される。その場合、CRD 方式によって推計される“真の”相関の値は、今回提示した水準よりも若干高くなる可能性

が考えられよう。

第2の課題として、今回利用した時系列データの短さが改善すべき点として挙げられる。上述のように、今回の CRD 方式では、年次を単位とする5年間分のデータを利用しており、決して十分とは言えない。この点については、年次単位のデータを四半期単位のデータへと変換して、時系列データを意図的に増幅して利用する、といった工夫も考えられえ。

ただし、時系列データの数は多ければ多いほどよいのであって、具体的にどれだけの数があれば十分であるか、といった基準があるわけではない。厳密な統計学的な観点からは正しいとは言えないものの、少ない時系列データ数(例えば5年)しか利用できない状況下では、一般的な共分散と分散を利用した計算方法と比較して、より安定的な値が推計可能であるように思われる。時系列の蓄積データが乏しい状況で相関を算出しなければならないという、今日多くの金融機関が直面している状況の中で、CRD 方式による相関の推計は、実務的な観点からは一考に値するものではなかろうか。

シミュレーションを用いて計測した信用リスク量やそこで利用される相関の値とは、あくまで複数の仮定に基づいた計算の結果であり、その値は絶対視すべき性質のものではない。しかし、今後も改良や修正を重ねることにより、信用リスク管理上において、より重要な役割を果たしてゆくことになるものと思われる。今回、我々が提示した業種デフォルト相関の算出方法が、金融機関における信用リスク管理の高度化に対して、少しでも資するところがあれば幸いである。